INSTITUTO FEDERAL
Paraná
Campus Pinhais

Bacharelado em ciência da computação
Matemática discreta
Lista de recuperação 8 de abril de 2024

## Instruções para entrega dos exercícios

- Escreva, à mão, a resolução das questões em folhas de caderno/sulfite, como nas outras listas. Não é necessário copiar os enunciados.
- Tire uma foto por página da resolução, com cuidado para gerar imagens nítidas nas quais o conteúdo das suas resoluções esteja legível.
- As imagens podem estar no formato `jpg` ou `png`. Se preferir, também pode enviar arquivos `pdf`.
- Enumere os arquivos para indicar a ordem de leitura. Por exemplo, `1.jpg, 2.jpg, ...`
- Envie as imagens anexadas para o email do professor até o final da aula na data de entrega estipulada.
- O professor enviará uma confirmação de que recebeu sua entrega. Se isso não acontecer em algumas horas, envie um novo email para o professor para resolver a situação.

1. [CM] Seja $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tal que

$$f(n) = \begin{cases} n, \text{se } n \leq 1 \\ f(n-2) + 2, \text{se } n > 1 \end{cases}$$

   Prove por indução em $n$ que

$$f(n) = n - (n \ mod \ 2) + f(n \ mod \ 2), \text{para todo } n \in \mathbb{N}$$

2. [CM] A família de Carlos é formada por 5 pessoas: ele, sua esposa Ana e mais 3 filhos, que são Carla, Vanessa e Tiago. Eles desejam tirar uma foto da família para enviar como presente ao avô materno das crianças.

   Determine o número de possibilidades dos membros da família poderem se organizar para tirar a foto de forma que Carlos e Ana sempre fiquem lado a lado.

3. [JG] Resolva a recorrência:

$$\begin{cases} P(1) = 1 \\ P(n) = 2P(\frac{n}{2}) + n^2, \text{para } n \geq 2, n = 2^m \end{cases}$$

4. [CM] Um protocolo de comunicação usa três tipos de pacotes de dados, $T_1, T_2, T_3$, diferenciados por um campo inicial que identifica o tipo do pacote. Os pacotes do tipo $T_1$ possuem 4 bits de dados após o campo inicial, os pacotes do tipo $T_2$ tem 8 bits de dados e os pacotes do tipo $T_3$ tem 10 bits de dados. Qual o número de pacotes distintos que existem nesse protocolo?

5. [JG] Construa uma máquina de estados finita que calcula o complemento de dois[1] de um número binário. Considere que a entrada começa pelos bits menos significativos.

[1] Veja `https://pt.wikipedia.org/wiki/Complemento_para_dois`

(a) Use a máquina construída para encontrar os complementos de dois de 010101 e de 110011