

Linguagens formais e autômatos

Autômatos com pilha

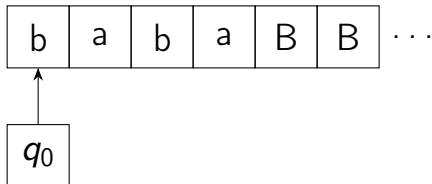
Gabriel V C Candido

gabriel.candido@ifpr.edu.br

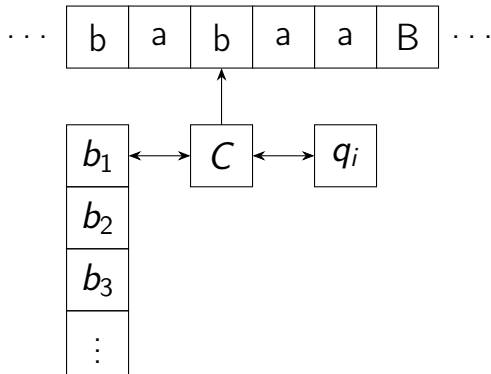
Instituto Federal do Paraná - Pinhais

Sumário

Autômatos finitos



Autômatos com pilha



É muito parecido com um AF + pilha.

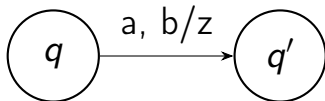
Autômatos com pilha

- ▶ Pilha tem várias células: um símbolo por célula!
- ▶ O cabeçote de leitura só acessa o topo da pilha.
- ▶ Fita de leitura com a palavra de entrada.
- ▶ Cabeçote inicia na primeira célula da fita.
- ▶ A pilha começa vazia

Função de transição

$$\delta(q, a, b) = [q', z]:$$

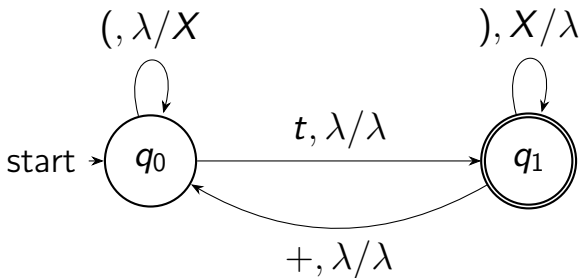
- ▶ $q \in Q$
- ▶ $a \in \Sigma \cup \{\lambda\}$
- ▶ $b \in \Gamma \cup \{\lambda\}$
- ▶ $q' \in Q$
- ▶ $z \in \Gamma^*$



Exemplo 1

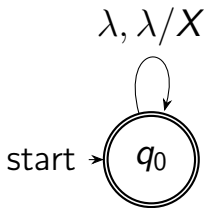
Linguagem das expressões aritméticas de adição com parênteses e dígitos.

t é uma expressão aritmética básica, como números ou nomes de variáveis.



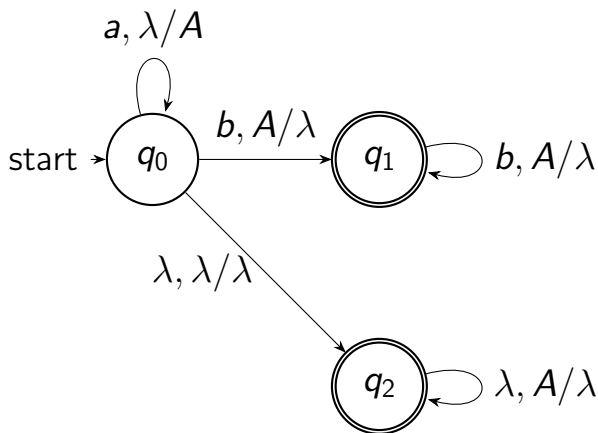
Exemplo 2

Autômato que nunca termina seu processamento:



Exemplo 3

$$L = \{a^i \mid i \geq 0\} \cup \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$$



Note que temos não determinismo!

Como fazer um autômato com pilha determinístico? (APD)

Não podemos ter transições compatíveis!

▶ $\delta(e_1, a_1, b_1) = [e'_1, z_1]$

▶ $\delta(e_2, a_2, b_2) = [e'_2, z_2]$

São compatíveis se:

▶ Saem do mesmo estado ($e_1 = e_2$); **e**

▶ $a_1 = a_2$ ou $a_1 = \lambda$ ou $a_2 == \lambda$; **e**

▶ $b_1 = b_2$ ou $b_1 = \lambda$ ou $b_2 == \lambda$.



Como fazer um autômato com pilha determinístico? (APD)

- ▶ Ainda podemos ter computações que não terminam!
- ▶ Ainda podemos ter um autômato “incompleto”!



Como fazer um autômato com pilha determinístico? (APD)

Quando aceitar (ou reconhecer) uma palavra?

Como fazer um autômato com pilha determinístico? (APD)

Quando aceitar (ou reconhecer) uma palavra?

- ▶ Máquina parou em um estado final

Como fazer um autômato com pilha determinístico? (APD)

Quando aceitar (ou reconhecer) uma palavra?

- ▶ Máquina parou em um estado final; **e**
- ▶ Entrada foi toda consumida

Como fazer um autômato com pilha determinístico? (APD)

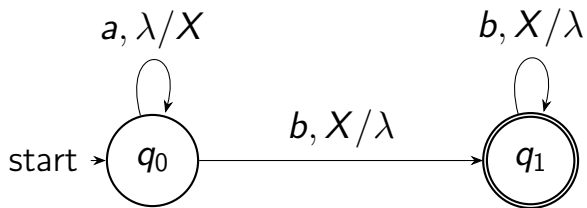
Quando aceitar (ou reconhecer) uma palavra?

- ▶ Máquina parou em um estado final; **e**
- ▶ Entrada foi toda consumida; **e**
- ▶ Pilha vazia

$$[q_0, w, \lambda] \vdash^* [q_f, \lambda, \lambda]$$

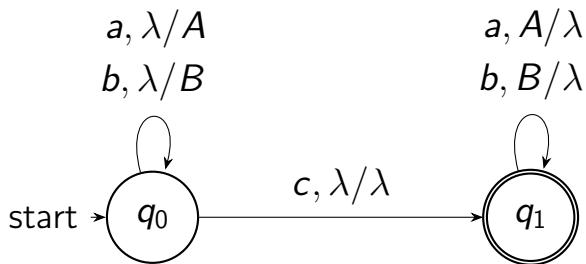
Exemplo 4

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}.$$



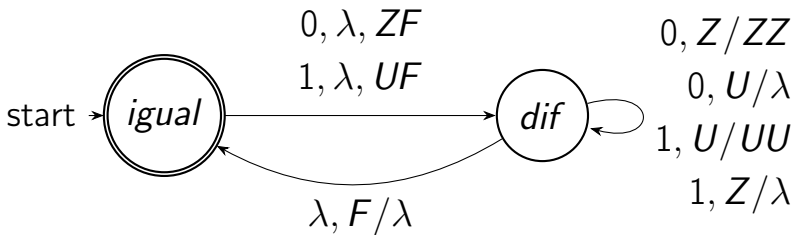
Exemplo 5

$$L = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}.$$



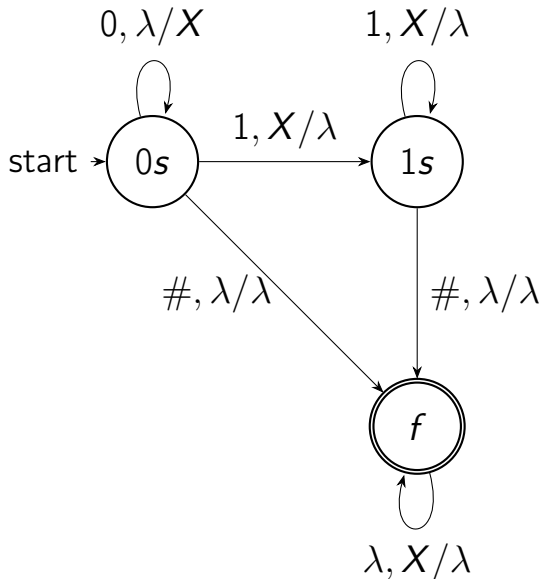
Exemplo 6

Linguagem das palavras onde o número de 0 é igual ao número de 1.



Exemplo 7

$$L = \{0^m 1^n \# \mid m \geq n\}$$



Para praticar

- ▶ $\{0^n 1^{2n} \mid n \geq 0\}$
- ▶ $\{0^{3n} 1^{2n} \mid n \geq 0\}$
- ▶ $\{w 0 w^R \mid w \in \{1, 2\}^*\}$
- ▶ $\{0^n 1^n 0^k \mid n \geq 1, k \geq 0\}$
- ▶ $\{0^m 1^n \mid m < n\}$
- ▶ $\{0^m 1^n \# \mid m \neq n\}$

