

Linguagens formais e autômatos

Gramáticas livre de contexto

Gabriel V C Candido
gabriel.candido@ifpr.edu.br

Instituto Federal do Paraná - Pinhais

Sumário

Motivação

Gramáticas livres de contexto

Sumário

Motivação

Gramáticas livres de contexto

Linguagens regulares

Estudamos 3 formalismos para tratar de linguagens regulares.

Conseguimos fazer coisas legais (como o nosso analisador léxico).

Mas não conseguimos fazer tudo: lembram dos parênteses balanceados?

Lema do bombeamento → existem linguagens que não são regulares!

O que vem depois?

Começaremos a estudar outra categoria de linguagem: as linguagens livres de contexto.

Vamos tentar entender os formalismos associados a elas, e também como se relacionam com LR's.

Começaremos pelas gramáticas livres de contexto.

Sumário

Motivação

Gramáticas livres de contexto

Gramáticas livres de contexto

Cada regra deve ter a forma:

- ▶ $X \rightarrow w$, sendo que w é constituída por terminais e variáveis ou λ .

Gramáticas livres de contexto

Cada regra deve ter a forma:

- ▶ $X \rightarrow w$, sendo que w é constituída por terminais e variáveis ou λ .

Note que as GRs são um tipo especial de GLC:

- ▶ $X \rightarrow a$
- ▶ $X \rightarrow aY$
- ▶ $X \rightarrow \lambda$

Exemplo 1

A linguagem não regular 0^n1^n é gerada pela GLC G :

$$\blacktriangleright S \rightarrow 0S1 \mid \lambda$$

$$S \Rightarrow^n 0^n S 1^n \Rightarrow 0^n 1^n$$

$$\text{Logo, } L(G) = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Exemplo 2

A linguagem dos palíndromos sobre $\{0, 1\}$.

$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$. A gramática G abaixo gera L :

$$\blacktriangleright S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 0 \mid 1 \mid \lambda$$

Exemplo 3

$G : \Sigma = \{a, b\}; S$ é a variável de partida

▶ $S \rightarrow AA|\lambda$

▶ $A \rightarrow bA|Ab|a$

Por que “livre de contexto”?

Em algum momento na aplicação das regras, temos:

$$uAv \Rightarrow uwv$$

u é o prefixo, v é o sufixo. O prefixo e o sufixo definem o *contexto* da palavra.

Mas ora, nossas regras são aplicadas independentemente do contexto: o lado esquerdo da regra não considera o contexto!

Exemplo 3

GLC para a linguagem das palavras que têm número par de a :

- ▶ $S \rightarrow AA|\lambda$
- ▶ $A \rightarrow AAA|bA|Ab|a$

Pode existir mais de uma derivação que chega na mesma palavra/sentença!

Árvore de derivação

Árvore construída através das derivações: captura a essência da derivação de uma palavra, independente da ordem de aplicação das regras.

Estamos sempre interessados nas folhas da árvore.

Queremos “percorrer” as folhas de maneira ordenada!

Exemplo 4

Qual a linguagem da gramática a seguir?

▶ $S \rightarrow aSa \mid aBa$

▶ $B \rightarrow bB \mid b$

Exemplo 4

Qual a linguagem da gramática a seguir?

▶ $S \rightarrow aSa|aBa$

▶ $B \rightarrow bB|b$

$$L(G) = \{a^n b^m a^n | n \geq 1, m \geq 1\}$$

Exemplo 5

Qual a GLC para

$$L(G) = \{a^n b^m c^m d^{2n} \mid n \geq 0, m > 0\}?$$

Exemplo 5

Qual a GLC para

$$L(G) = \{a^n b^m c^m d^{2n} \mid n \geq 0, m > 0\}?$$

▶ $S \rightarrow aSdd \mid A$

▶ $A \rightarrow bAc \mid bc$